

1. Introduzione

La Matematica è, di tutte le discipline scientifiche di natura “teorica”, certamente la più antica. Fin dai suoi primi passi al di fuori delle caverne, infatti, l’Umanità si è interrogata sulle strutture del mondo e si è posta il problema pratico di contare e misurare. Di qui è lentamente emersa quella disciplina che oggi comunemente chiamiamo “Matematica”, i cui sviluppi appartengono a tutte le civiltà del Mondo Antico, da quelle orientali del bacino Indo-Arabico e Mesopotamico, a quelle Egizie, a quelle Amerinde e a quelle Africane. È comunque in epoca Greca che, nel mondo occidentale, si codificano le due grandi branche della Matematica: l’Aritmetica - attribuita genericamente a Pitagora, benché frutto di un’opera collettiva e duratura della “Scuola Pitagorica”; e la Geometria - attribuita ad Euclide per la grande opera di raccolta fattane da lui e dai suoi seguaci¹.

Fig 1: Pitagora

Fig. 2: Euclide

2. L’Aritmetica Pitagorica

In epoca antica i Numeri Interi vengono studiati e classificati in base alle loro proprietà; si riconosce la distinzione tra Numeri Pari e Numeri Dispari; particolare risalto viene dato alle operazioni di Addizione e Moltiplicazione, con le quali da due Numeri se ne genera un terzo. Viene quindi riconosciuta l’importanza della divisione “esatta” e introdotto il concetto di Numero Primo. Secondo la moderna accezione “Numero Primo” è un Numero che si divide solamente per sé stesso (1 è escluso perché considerato “particolare”). Il 2 – quindi - è primo, mentre ogni altro Numero pari non lo è; gli altri Numeri Primi sono dunque tutti dispari. Ma non tutti i dispari sono primi... Il problema affascina gli antichi studiosi². Ma quali sono i Numeri Primi...? La lista si snoda infinitamente

1,2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,.....

ma ancora oggi la Matematica non ne ha potuto dare una classificazione completa ed una formula che tutti li comprenda è ancora latitante.

L’Aritmetica Greca raggiunge comunque un grado di elevata perfezione. Secondo i Pitagorici “Numero Perfetto” è un Numero che è somma dei suoi divisori. Per esempio, il ventotto è perfetto. La Teoria dei Numeri viene anche legata alle figure geometriche “regolari” (triangoli, quadrilateri, poligoni con più lati) ed i Numeri vengono classificati in base alla loro identificazione con figure di questo tipo (numeri “triangolari”, numeri “quadrati”, e così via...) ³.

Fig 3: I “Numeri Geometrici” secondo la scuola di Pitagora

* L’articolo è interamente da attribuire a M.G Lorenzi e M. Francaviglia. A L. De Rose si deve il solo paragrafo 2.

¹ D. J. BOORSTIN, *The Seekers. The Story of Man’s Continuing Quest to Understand his World*, New York, Vintage Books, Random House Inc.,1999. RUSSELL, 1975; RUSSO, 1997.

² Cfr. D. J. BOORSTIN, *The Seekers...*, cit.; A. REGHINI, *I Numeri Sacri nella Tradizione Pitagorica Massonica*, Roma, Atànor,1980.

³ Cfr. A. REGHINI, *I Numeri Sacri...*, cit.

I Numeri – quindi - hanno da sempre affascinato l’Uomo. Scienziati ed Artisti se ne sono sempre interessati... Perché.....? Come già abbiamo detto, sin dagli albori della civiltà l’Uomo già aveva compreso la ritmicità periodica di alcuni cicli fondamentali, legati alla Terra ed ai due Astri Celesti più importanti, il Sole e la Luna. Questo avrebbe nel tempo condotto l’Uomo a scoprire nei segni Cosmici la presenza di molti Numeri Interi: in particolare il 4, il 7, il 12⁴.

2. Dal Numero alla sfera.

Nel VI sec. a.C. in ambiente magno greco, precisamente nella *polis* di Crotona, nell’attuale Calabria, nasce e fiorisce la dottrina pitagorica. Secondo la filosofia di Pitagora le leggi dell’universo sono regolate secondo leggi armoniche e matematiche. Per comprendere e accedere alla comprensione dell’ordinamento del cosmo occorre ricorrere alla chiave del numero.

Il valore del numero assume connotazione binaria: da un lato ferree norme matematiche costituiscono l’universo, dall’altro la cognizione delle stesse può avvenire soltanto attraverso l’accesso privilegiato del suo simbolo per eccellenza, il numero.

Prende così avvio la visione matematica del mondo: “il numero è primo modello della composizione del cosmo e strumento di distinzione del dio ordinatore del cosmo”⁵.

Dell’illustre filosofo italiota si ricorda appunto lo studio dei principi di matematica e geometria, la formulazione di teoremi e di principi primi, riconducendo l’assetto del cosmo a figure derivate da solidi regolari⁶. Su Pitagora alcuni suoi discepoli tramandano delle vicende in Egitto e a Babilonia dove sarebbe stato iniziato ai Misteri⁷. Accresciute le sue competenze nel campo delle scienze matematiche, grazie agli Egiziani, celebri per la geometria, ai Fenici, cui si deve lo studio dell’aritmetica e della logistica, ai Caldei per l’osservazione degli astri⁸, narra Dicaerco, Pitagora giunse a Crotona⁹, ove fondò la sua celebre scuola che accoglieva anche donne.

Porfirio racconta che Pitagora esprimeva i suoi insegnamenti mediante simboli, in due livelli, dei quali solo quello dedicato ai Matematici era la parte più importante e approfondita¹⁰.

Ippaso pitagorico divulgò la sfera divisa in dodici pentagoni, ossia che il dodecaedro, che è una delle cinque figure solide si può iscrivere in una sfera, senza però citare la sua fonte – per questo motivo sarebbe stato punito con la morte¹¹. La sfera divenne il cardine delle scienze pitagoriche, in quanto figura solida perfetta, che ben si confà ai concetti di Infinito, Illimitato, dal momento che sferico implica un limite, ma pur avendo punti estremi ha un centro che ha uguale distanza sino agli estremi, infatti sarà poi il pitagorico Parmenide che precisa che l’uno (Dio) è da ogni lato simile alla massa di ben rotonda sfera, di ugual forza dal centro in tutte le direzioni¹², in accordo con Senofane di Colofone che vuole il dio eterno, uno e uguale, finito e sferico¹³.

⁴ Cfr. A. REGHINI, *I Numeri Sacri...*, cit..

⁵ Giamblico, in *Nicom, arithm.* 10,20.

⁶ Cfr. Proclo, in *Eucl.*, 65, 11 [da Eudemo, fr. 84 Spengel; cfr. anche 11 A 11]. Cfr. altresì L. DE ROSE, *Senso e misura: il Canone di Policlete*, in F. VERCILLO (a cura di), *Sensi del senso*, «Ou. Riflessioni e provocazioni», n° 9, fasc. 1/2000, pp. 127-132; L. DE ROSE, *L’armonia dei numeri e del ritmo. Il Canone di Policlete*, in «Hera. Miti, civiltà scomparse, misteri archeologici», n. 130, novembre 2010, pp. 50-53.

⁷ Aristosseno, fr. 12 Wehrli; Ippoboto e Neante, F.Gr.Hist. 84 F 33 II 200.

⁸ Porfirio, *V. Pyth.*, 6.

⁹ Porfirio, *V. Pyth.*, 18.

¹⁰ Giamblico, *V. Pyth.* 81.

¹¹ Giamblico, *de comm. math. Sc.* 25, p. 77, 18, e *V. Pyth.* 88, 247.

¹² Aristotele, *De M. X.G.* 7-9, 13. Cfr. L. DE ROSE, *Il simbolismo delle sfere*, in «spHera», n. 5, febbraio 2011, pp. 60-61.

¹³ Plutarco, *Stromata*, 4 [Euseb. *Praep. Evang.* I 8, 4; Dox. 580]; cfr. L. DE ROSE, *Il globo nell’antichità, iconografia*, Grisolia Editore, Lamezia Terme 1996.

Nonostante la concezione matematica dell'universo e del sapere, Pitagora e i Pitagorici ignoravano il numero "zero", destinato, nelle rappresentazioni iconografiche della generazione del cosmo, a rappresentare l'uovo cosmico, la nascita, il punto zero¹⁴.

3 Il Significato dei Numeri Cosmici: l'Interpretazione Pitagorica dei Numeri Interi

Ancora ben lontani dal conoscere i numeri cosiddetti "irrazionali" – quelli su cui si fondò successivamente almeno una parte del "mistero Pitagorico" conseguente alla scoperta di grandezze tra loro "incommensurabili", seppur legate alle più semplici e simmetriche figure della Geometria (come ad esempio il lato e la diagonale di qualsiasi quadrato o il diametro ed il perimetro di qualsiasi circonferenza) – gli Antichi cercarono di ridurre tutta l'armonia cosmica a rapporti tra Numeri Interi o, se possibile, addirittura ad Interi semplici. Ciò che sfuggiva all'esattezza fu variamente interpretato come necessità di approssimazione legata all'impossibilità materiale di compiere misure infinitamente precise, sì che questi rapporti - detti "Numeri Razionali" - vennero assunti come regolatori della Bellezza del Cosmo¹⁵.

I cicli fondamentali della Natura sono Tre: il Ciclo Diurno (la cui unità di tempo è il "Giorno", che oggi sappiamo corrispondere alla rotazione della Terra su sé stessa, ma che – nell'antica "visione geocentrica" - gli Antichi attribuivano invece alla rotazione del Sole intorno alla Terra); il Ciclo Lunare (che definisce il "Mese Lunare", periodo della rotazione della Luna attorno alla Terra); ed il Ciclo Annuale (detto "Anno", ovvero la periodicità dei cicli stagionali, che oggi sappiamo corrispondere al moto di rotazione della Terra intorno al Sole)¹⁶.

Compare quindi – innanzitutto – il Numero Quattro, perché ogni fenomeno ciclico e periodico è regolarmente suddiviso in quattro parti esattamente. Dal punto di inizio al culmine del ciclo (lo "Zenith", il punto posto più in alto), da questo culmine al ritorno ad un nuovo punto posto sullo stesso piano del punto di inizio (la metà del ciclo), da questo terzo punto al punto più basso (il "Nadir", opposto allo Zenith) e da questo, infine, ad un nuovo inizio nel medesimo punto di partenza. Un Quattro che si ritrova nell'alternanza delle quattro Stagioni annuali, nelle quattro Fasi Lunari, nell'alternanza di Giorno e Notte, con Zenith al Mezzogiorno e Nadir a Mezzanotte.

Un conto approssimativo (anche se errato) portava a riconoscere che nel corso di un ciclo annuale cadono dodici cicli lunari (in realtà sono poco meno di tredici...) e che nel corso di un ciclo lunare cadono all'incirca ventotto cicli diurni (anche qui sono un po' meno di ventinove). Di qui la nascita dei "Calendari Lunari" – con mesi di ventotto giorni, di cui, ai giorni nostri, resta traccia nel solo mese di Febbraio. La periodicità delle quattro fasi lunari conduce quindi, per divisione di ventotto in quattro parti uguali, alla Settimana (periodo di Sette giorni), così come i dodici mesi conducono alla suddivisione in altrettante parti della Sfera Celeste, cioè allo Zodiaco¹⁷.

Fig 4: Lo Zodiaco

¹⁴ Cfr. L. DE ROSE, *Dall'uovo cosmico al Big Bang. L'origine dell'universo nella Grecia classica*, in «spHera», n. 5, febbraio 2011, pp. 22-23; L. DE ROSE, M.G. LORENZI, M. FRANCAVIGLIA, *From the "Cosmic Egg" to the "Big Bang": a Short Excursus on the Origin of the Universe between History, Mathematics and Art*, Aplimat, 10th International Conference on Applied Mathematics, Department of Mathematics Faculty of Mechanical Engineering, Slovak University of Technology – section: Mathematics & Art, Bratislava 2011, pp. 907-914.

¹⁵ A. REGHINI, *I Numeri Sacri...*, cit.

¹⁶ A. RUSSO, *La Rivoluzione Dimenticata. Il Pensiero Scientifico Greco e la Scienza Moderna*, Milano, Feltrinelli, 1997.

¹⁷ A. RUSSO, *La Rivoluzione Dimenticata...*, cit.

Ancora più approssimativo è il conto che porta a riconoscere l'esistenza di Trecentosessanta giorni nel Ciclo Annuale, da cui la divisione dell'angolo giro in altrettante parti; l'arco di un grado – quindi – dovrebbe corrispondere al percorso fatto dal Sole sulla Sfera Celeste nello scorrere di un giorno..... I primi "Calendari Solari" degli Egiziani furono quindi di 360 giorni (quelli Aztechi lo rimasero per lungo tempo), con dodici "Mesi Solari" convenzionali, di trenta giorni ciascuno. Ben presto rimpiazzati dal meno accattivante 365, con l'aggiunta di cinque giorni all'Anno, distribuiti variamente sui mesi (lasciandone comunque uno di ventotto) – conducendo così alla struttura calendariale che tutt'oggi utilizziamo nel mondo occidentale.

Tre, Quattro, Sette e Dodici – quindi – sono i numeri fondamentali del Cosmo..... Ma qual era l'interpretazione Pitagorica dei Numeri Interi..... ? Vediamo di ripercorrerla brevemente, nei suoi significati numerici e nei suoi significati "misterici"¹⁸.

0. Osserviamo innanzitutto che nella tradizione Pitagorica la numerazione non inizia da Zero ("non-Numero" per i Greci, perché in qualche modo legato al concetto di "nulla" – cui i Greci contrapponevano, come noto, una radicata sensazione di "horror vacui" – e, attraverso l'indivisibilità per Zero, anche una reazione di disagio nei confronti dell'Infinito, meno sconvolgente ma pur sempre problematico). Pitagora, comunque, conosceva lo zero, che si considera convenzionalmente introdotto dagli Arabi, sebbene è noto che già ne facessero uso i Matematici indiani dell'antichità.

1. Il primo Numero era quindi l'Uno, cui era attribuito il significato di "Primo Motore", cioè il principio di ogni cosa, compresa la Numerazione; ciò che attraverso successive iterazioni dà origine alla dualità prima ed all'intera sequenza numerica poi. In un certo senso, anch'esso veniva considerato un "non-Numero", bensì il "generatore di ogni Numero". Il primo "vero" Numero è quindi il due.

Fig 5: Calendario Lunare

2. Simbolo di alternanza e di conflitto, il Due - primo "vero" Numero - rappresenta anche la lunghezza (per due punti passa infatti una ed una sola retta, simbolo anche dell'infinitamente esteso). Il Numero due si riattacca variamente ad ogni cosa che preveda una logica duale: l'alternanza di fenomeni contrapposti, quali Bene e Male, Giorno e Notte, Maschio e Femmina, e via discorrendo.

3. Il Tre – primo Numero Magico - evoca il "potere creativo", è il numero del Cielo e dell'Anima; ad esso è stata attribuita la parola "tutto", perché comprende le tre fasi della vita e le tre componenti "fisiche" del Mondo (Cielo, Terra e Acqua). Proprio per questo il Tre è anche il "Numero Base" di moltissime credenze religiose; è infatti riconosciuto che nella maggior parte delle Religioni Politeistiche le Divinità o le Forze della Natura si raggruppano in gruppi di tre, tanto che anche nella tradizione monoteistica Cristiana resta una labile traccia della "triplicità divina" nel "mistero della Trinità".

4. Segue il Quattro - il primo "Numero Quadrato" - che evoca lo Spazio, perché con esso si costruisce la prima figura solida tridimensionale (il Tetraedro – il più semplice dei "Solidi Platonici" - piramide a base triangolare e con quattro lati triangolari identici). Il Quattro è

¹⁸ Cfr. A. REGHINI, *I Numeri Sacri...*, cit.

considerato il Numero della Terra e del Corpo; esso, infatti, aggiunge ai primi tre elementi “fisici” il quarto costituente del Mondo, quello di natura “energetica”, ovvero il Fuoco. Quattro e Tre sono anche i “componenti fondamentali” dei Numeri più simbolici – il Sette ed il Dodici - che più di altri hanno qui interesse e che incontreremo più avanti (infatti $3 + 4 = 7$ e $3 \times 4 = 12$). Il Numero Quattro, per inciso, era il Numero del “Giuramento Pitagorico”; questi primi quattro Numeri interi formano infatti la (prima) Tetractys Pitagorica, ovvero la quadrupla di numeri consecutivi (1,2,3,4).

Del Numero Cinque vale la pena di osservare che particolare risalto venne dato dalla Scuola Pitagorica al “Teorema di Pitagora”, che lega tra di loro i quadrati costruiti sui cateti e sull’ipotenusa di un qualunque triangolo equilatero. Le terne di Numeri Interi che soddisfano il Teorema sono molto rare, ma la prima è quella formata da Tre, Quattro e Cinque. Il Numero Cinque – pertanto – viene generato come “radice quadrata” della somma di Nove (quadrato di Tre) e di Sedici (quadrato di Quattro).

Veniamo quindi ai già citati due numeri “cosmici” che più rivestono carattere simbolico per la loro “natura astronomica”: il Sette ed il Dodici.

7. Il Sette – come già detto – è il Numero del ciclo settimanale. Ma i Pitagorici ben sanno che non esiste un triangolo rettangolo con lati interi che abbia per ipotenusa Sette, né può esistere uno che abbia Sette come quadrato dell’ipotenusa; il Sette è quindi l’unico Numero della decade che “è senza madre ed è contemporaneamente vergine”. Esso – per accostamento simbolico - viene quindi paragonato e consacrato alla Dea Minerva (la Dea della Sapienza). Di qui segue anche l’accostamento del Sette alle varie numerologie che riguardano la Sapienza o la Scienza: sette sono i Saggi dell’antichità, sette le Arti Liberali, eccetera. Si dice: “*La sapienza divina non appartiene al mondo della generazione; essa è trascendente, olimpica, umanamente inconcepibile*”. Figlio del Sette e del Quattro è poi un altro Numero Pitagorico “perfetto”: il numero Ventotto, prodotto di 7 e di 4, legato alla lunghezza del Ciclo Lunare perché corrispondente ai quattro periodi lunari, ciascuno di essi attraversato da esattamente sette cicli diurni. Un famoso dialogo tra Policrate e Pitagora recita: “*Quanti atleti stai conducendo nella tua casa verso la saggezza?*” - “*Te lo dirò, Policrate: la metà studia l’ammirabile scienza delle matematiche, l’eterna natura è oggetto degli studi di un quarto, la settimana parte si esercita alla meditazione ed al silenzio, vi sono in più tre donne, di cui Teano è la più distinta. Ecco il numero dei miei allievi che sono ancora quelli delle Muse*”. Il totale è quindi Ventotto, Numero perfettissimo perché somma dei suoi soli divisori: 14,7,4,2 e 1 (che corrispondono, infatti, alla metà, al quarto ed alla settimana parte del Numero, più le tre donne, di cui una distinta dalle altre due)¹⁹.

12. L’altro numero dei cicli astronomici è il Dodici. Tant’è che nel bacino del Tigri e dell’Eufrate, così come lungo il Nilo ed il Gange, la “Dozzina” fu assunta come unità di misura, come ciclo completo e come rappresentante dell’ordine cosmico. Ancora oggi alcune cose di natura corrente si contano a “dozzine” (si pensi alle uova...); ma dodici furono le Tribù di Israele, dodici i piani delle Ziggurat, dodici furono simbolicamente gli Apostoli di Cristo.... Così come – già si è detto - dodici sono i segni dello Zodiaco; dodici i mesi (sei maschili ed altrettanti femminili); dodici le ore del giorno e della notte; dodici i frutti dell’Albero Cosmico; dodici i giorni di ritorno al caos del Solstizio Invernale (quando ritornano i Morti), celebrati nei Saturnali pagani della Roma Antica; ed ancora, dodici sono i giorni del periodo natalizio cristiano.

¹⁹ A. REGHINI, *I Numeri Sacri...*, cit.

4 Il teorema di Pitagora

Il cardine dell'incrocio fecondo tra Aritmetica e Geometria è senz'altro il Teorema di Pitagora. Esso afferma che *“In ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui due cateti”*. Come abbiamo sopra ricordato, questo è certamente vero per una particolare Terna Pitagorica formata da Numeri Interi (3, 4 e 5). Infatti 5 (il cui quadrato è 25) è l'ipotenusa di un triangolo rettangolo i cui cateti misurano rispettivamente 3 e 4 (i cui quadrati sono infatti 9 e 16)

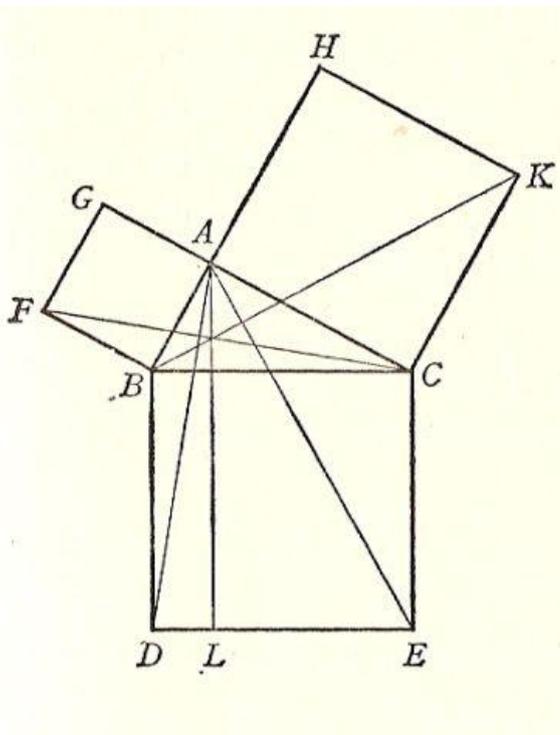


Fig 11: Il Teorema di Pitagora

Il Teorema di Pitagora mina tuttavia uno dei cardini della dottrina pitagorica, che sperava di rappresentare il mondo attraverso l'uso dei Numeri Interi e dei loro rapporti. Il quadrato diviso in due dalla sua diagonale, infatti, genera un triangolo rettangolo con due cateti unitari. L'ipotenusa - ovvero la diagonale - deve quindi avere quadrato uguale a due.....

... ma non esiste nessun Numero Razionale, ovvero nessun rapporto di Numeri Interi, il cui quadrato possa fare due! Un paradosso, che conduce alla crisi della dottrina Pitagorica. Si affaccia prepotentemente il concetto di Numero Irrazionale..... La radice di 2, per esempio, ha infinite cifre decimali ed è approssimata come segue

$$\sqrt{2} = 1,4142.....$$

Altro campo di indagine in cui i Greci eccelleranno è la “geometria solida”, ovvero quella dello spazio tridimensionale. Già abbiamo visto che i Solidi Platonici sono “simboli” della bellezza

classica e dell'armonia. Ma i Solidi Platonici nascondono dentro di sé, soprattutto il Dodecaedro, misteriosi rapporti. Tra di essi primeggia il "rapporto aureo"²⁰.

Conclusioni

Per concludere questa breve sezione è anche doveroso ricordare che la stretta vicinanza geografica tra il mondo Greco e l'Asia rese invero fecondi i rapporti con la Matematica Indiana, da cui i Greci trassero molte idee e molte ispirazioni scientifiche. La Matematica Greca ebbe inoltre una profonda influenza – anche attraverso l'opera di Aristotele – sugli sviluppi della Fisica dai tempi antichi sino a giungere al XX Secolo. Di Galileo Galilei si ricorda, ne "il Saggiatore", questa famosa frase che ben evidenzia come la Geometria Euclidea fosse la base teorica della comprensione del mondo: "Questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non si impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, né quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche senza i quali mezzi è impossibile a intendere umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro labirinto"²¹.

Bibliografia

- D. J. BOORSTIN, *The Seekers. The Story of Man's Continuing Quest to Understand his World*, New York, Vintage Books, Random House Inc., 1999.
- L. DE ROSE, *Dall'uovo cosmico al Big Bang. L'origine dell'universo nella Grecia classica*, in «spHera», n. 5, febbraio 2011, pp. 22-23.
- L. DE ROSE, *Il globo nell'antichità, iconografia*, Grisolia Editore, Lamezia Terme 1996.
- L. DE ROSE, *Il simbolismo delle sfere*, in «spHera», n. 5, febbraio 2011, pp. 60-61.
- L. DE ROSE, *L'armonia dei numeri e del ritmo. Il Canone di Policleto*, in «Hera. Miti, civiltà scomparse, misteri archeologici», n. 130, novembre 2010, pp. 50-53.
- L. DE ROSE, *Senso e misura: il Canone di Policleto*, in F. VERCILLO (a cura di), *Sensi del senso*, «Ou. Riflessioni e provocazioni», n° 9, fasc. 1/2000, pp. 127-132.
- L. DE ROSE, M.G. LORENZI, M. FRANCAVIGLIA, *From the "Cosmic Egg" to the "Big Bang": a Short Excursus on the Origin of the Universe between History, Mathematics and Art*, Aplimat, 10th International Conference on Applied Mathematics, Department of Mathematics Faculty of Mechanical Engineering, Slovak University of Technology – section: Mathematics & Art, Bratislava 2011, pp. 907-914.
- EUCLIDE, *Gli Elementi di Euclide*, a cura di A. Frajese e L. Maccioni, Torino, UTET, 1970.
- GALILEO GALILEI, *Opere di Galileo Galilei*, a cura di F. Brunetti, Torino, UTET, 1964.
- LUIGI MAIERÙ, *Scienza, Geometria, Geometrie. Un Percorso Storico-Didattico*, Soveria Mannelli (CS), Rubbettino, 2008 («Rubbettino Università», 36).
- ARTURO REGHINI, *I Numeri Sacri nella Tradizione Pitagorica Massonica*, Roma, Atànor, 1980.
- BERTRAND RUSSELL, *I Fondamenti della Geometria*, Roma, Newton Compton Editori, 1975.
- BERTRAND RUSSELL, *I Principii della Matematica. Traduzione di Ludovico Geymonat*, Milano, Longanesi, 1980.
- LUCIO RUSSO, *La Rivoluzione Dimenticata. Il Pensiero Scientifico Greco e la Scienza Moderna*, Milano, Feltrinelli, 1997.

²⁰ Cfr. A. REGHINI, *I Numeri Sacri...*, cit.

²¹ G. GALILEI, *Opere di Galileo Galilei*, a cura di Francesco Brunetti, Torino, UTET, 1964.